



- این تمرین از دو قسمت تشکیل شده است و در دو سری تحویل گرفته می‌شود. در مرحله‌ی اول، باید فضای هر مساله را به وسیله‌ی گراف مدلسازی کنید و خواسته‌ی مساله را در مدل خود بازنویسی کنید. برای مدل سازی، گراف را به صورت مجموعه‌ی رئوس و یال‌ها و تناظر آن‌ها با عناصر مساله تعریف کنید در این مرحله نیازی به حل خود مساله نیست. پس از تحویل مرحله‌ی اول، مسائل مدل شده بارگذاری خواهند شد. در مرحله‌ی دوم برای هر مساله، الگوریتم بهینه با اثبات درستی و محاسبه‌ی مرتبه‌ی زمانی و حافظه را بنویسید.

**سوال ۱- سیستم عامل:** مدیریت منابع و تقسیم آن‌ها بین برنامه‌های مختلف توسط سیستم‌عامل انجام می‌شود. هر پردازش در صورت نیاز به یک منبع، به سیستم‌عامل اطلاع می‌دهد و سیستم‌عامل با توجه به وضعیت منابع، درخواست را قبول یا رد می‌کند. زمانی که درخواست قبول می‌شود منبع به طور کامل متعلق به آن پردازش می‌شود. هر پردازش زمانی انجام می‌شود که تمام منابع خود را در اختیار داشته باشد. با توجه به اختصاص دادن منابع به پردازش‌ها و کمبود منابع ممکن است DeadLock رخ دهد. برای مثال اگر دو پردازش به منابع A و B احتیاج داشته باشند و منبع A به پردازش ۱ و منبع B به پردازش ۲ اختصاص داده شود، هیچ‌کدام از دو پردازش هیچ‌وقت نمی‌توانند انجام شوند.

**الف)** الگوریتمی ارائه دهید تا هسته‌ی سیستم‌عامل بتواند DeadLock را تشخیص دهد.

**ب)** الگوریتمی ارائه دهید تا در صورت وجود DeadLock، کمترین تعداد اختصاص منبع را لغو کند تا DeadLock رخ ندهد.<sup>۱</sup>

**سوال ۲- معماری کامپیوتر:** هر پردازنده‌ی با طراحی SingleCycle از تعدادی ماژول منطقی تشکیل شده است. هر ماژول برای محاسبه، نیاز به مقدار مشخصی زمان است که این مقدار برای هر ماژول می‌تواند متفاوت باشد. ورودی هر ماژول یا از حافظه می‌آید یا از یک ماژول دیگر. در نتیجه هر ماژول برای انجام دادن کار خود باید صبر کند تا کار ماژول‌هایی که ورودی آن را تامین می‌کنند به پایان برسد. طراحی Pipeline به این صورت است که ماژول‌ها را به چند طبقه‌ی مختلف تقسیم می‌کند و بین طبقات حافظه‌ای می‌گذارد که خروجی هر طبقه در حافظه ذخیره می‌شود و ورودی طبقه‌ی بعد، از این حافظه تامین می‌شود. چون ماژول‌های هر طبقه نسبت به طبقه‌ی دیگر مستقل هستند می‌توان هر طبقه را یک ماژول بزرگ‌تر در نظر گرفت و ورودی‌ها را به طور پیوسته با طول کلاکی به اندازه‌ی بیشینه‌ی تاخیر هر طبقه داد. برای درک بهتر می‌توانید خط تولید یک کارخانه را در نظر بگیرید که از چند دستگاه تشکیل شده است که ورودی هر دستگاه خروجی دستگاه قبلی است و خود دستگاه می‌تواند از چندین قسمت تشکیل شده باشد.

حال الگوریتمی ارائه دهید که با دانستن هزینه‌ی هر طبقه و تاخیر هر ماژول آن‌ها را به گونه‌ای تقسیم‌بندی کند تا قدر مطلق تفاضل بیشینه‌ی تاخیر هر طبقه و هزینه‌ی حافظه‌ها کمینه شود.<sup>۲</sup>

<sup>1</sup> <http://en.wikipedia.org/wiki/Deadlock>

<sup>2</sup> [http://en.wikipedia.org/wiki/Instruction\\_pipeline](http://en.wikipedia.org/wiki/Instruction_pipeline)

**سوال ۳- شبکه‌های اجتماعی:** در یک شبکه‌ی اجتماعی تعدادی کاربر داریم که می‌توانند با هم دوست باشند. هر کاربری می‌تواند پست دوست خود را DisLike کند. تعداد DisLike‌های رد و بدل شده بین دو دوست معیار ارزش دوستی آن دو کاربر است. دوستی دو کاربر A و B به‌دردنخور است اگر ترتیبی از کاربرهایی مثل  $C_1, C_2, \dots, C_k$  وجود داشته باشد که تعداد DisLike‌های A و  $C_1$  به اضافه‌ی تعداد DisLike‌های  $C_i$  و  $C_{i+1}$  به اضافه‌ی تعداد DisLike‌های  $C_k$  و B از تعداد DisLike‌های A و B کمتر باشد. اگر دو نفر با هم دوست نباشند تعداد DisLike‌ها را بی‌نهایت در نظر می‌گیریم. الگوریتمی ارائه دهید تا دوستی‌های به‌درد نخور را شناسایی کند.<sup>۳</sup>

**سوال ۴- هوش مصنوعی:** رباتی برای شناسایی مصدومین زلزله‌زده از زیر آوار طراحی شده‌است. هدف ربات این است که در یک شهر زلزله‌زده به همه‌ی خانه‌ها سر بزند و در پایان خانه‌هایی که در آن شهروندی زیر آوار قرار گرفته‌است را اطلاع می‌دهد. با توجه به وخیم بودن وضع شهروندان این عملیات باید هر چه سریع‌تر انجام پذیرد. با توجه به این که روی بعضی از خیابان‌ها آوار ریخته است انسان‌ها نمی‌توانند جستجو کنند و ربات برای رسیدن به هر خانه‌ای باید در خیابان‌ها حرکت کند و سرعت ربات  $30 \text{ cm/s}$  است. الگوریتمی ارائه دهید تا ترتیبی از خانه‌ها را به ربات بدهد تا اگر زمان کمینه‌ی این گشت T باشد، ربات در زمان حداکثر  $2 * T$  جستجو را به پایان ببرد.<sup>۴</sup>

**سوال ۵- شبکه‌های کامپیوتری:** شبکه‌های کامپیوتری از تعدادی پایانه و تعدادی مسیریاب (Router) تشکیل شده‌اند. که هر پایانه به یک مسیریاب متصل است و مسیریاب‌ها به تعدادی ترینال و مسیریاب دیگر متصل هستند. هر لینک اتصال دارای ۲ خصیصه است (پهنای باند و مسافت و سرعت انتقال). اگر پهنای باند را B، مسافت را D و سرعت را V در نظر بگیریم یعنی این لینک در هر ثانیه حداکثر B بیت در ثانیه می‌تواند منتقل کند و در هر ثانیه V متر از مسافت را پیمایش می‌کند. هدف ما اتصال دو کامپیوتر به یکدیگر است. برای این کار نیاز به شناسایی مسیریاب‌هایی است تا بسته‌های اطلاعاتی را منتقل کنند. الف) الگوریتمی ارائه دهید که مسیریاب‌هایی را در مسیر بین دو کامپیوتر انتخاب کند تا RTT کمینه شود. RTT به زمانی می‌گویند که یک بسته (کوچک) از مبدا به مقصد برسد و پیام دریافت این بسته نیز از مقصد بازگردد. (بدیهی است که مسیر رفت و برگشت می‌تواند یکی باشد). در این قسمت تنها یک بسته را می‌فرستیم. ب) الگوریتمی ارائه دهید که مسیریاب‌هایی را در مسیر بین دو کامپیوتر انتخاب کند تا مکالمه‌ی VoIP کمترین تاخیر را داشته باشد. به این نکته دقت کنید که در VoIP بسته‌های ارسالی حجیم هستند.<sup>۵</sup>

**سوال ۶- نظریه‌ی بازی‌ها:** یک بازی، به صورت مجموعه‌ای از بازیکنان  $\{A_1, A_2, \dots, A_n\}$ ، استراتژی‌ها  $\{S_1, S_2, \dots, S_n\}$  و برای هر بازیکن یک تابع بهره U به ازای هر تطابق بازیکنان و استراتژی‌ها است. به حالتی که هر یک از بازیکنان یک استراتژی دلخواه (که ممکن است تکراری نیز باشد) را انتخاب کنند تطابق می‌گوییم. به تطابقی که تابع بهره‌ی هیچ یک از بازیکنان در صورت تغییر استراتژی بیشتر نشود یک «تبادل نش» گفته می‌شود. به تطابقی که به ازای هر تطابق دیگر، تابع بهره‌ی حداقل یک بازیکن بیشتر نشود، «بهبهینه‌ی پرتو» گفته می‌شود.

<sup>3</sup> <http://en.wikipedia.org/wiki/Centrality> (در این سوال به طور دقیق از موضوع ذکر شده استفاده نشده‌است).

<sup>4</sup> [http://en.wikipedia.org/wiki/Travelling\\_salesman\\_problem](http://en.wikipedia.org/wiki/Travelling_salesman_problem)

<sup>5</sup> [http://en.wikipedia.org/wiki/Virtual\\_circuit](http://en.wikipedia.org/wiki/Virtual_circuit)

حال بازی زیر را در نظر بگیرید.  $N$  بازیکن داریم و مجموعه‌ی استراتژی  $\{P, E\}$  است. هر بازیکن با تعدادی دیگر از بازیکنان دوست است. تابع بهره‌ی هر بازیکن برابر با تعداد دوستانی است که استراتژی مخالف او را انتخاب کرده باشند. اثبات کنید برای این بازی «تعادل نش»ی وجود دارد که «بهینه‌ی پرتو» نیز هست.<sup>۶</sup>