



- برای هر مساله، الگوریتم بهینه با اثبات درستی و محاسبه‌ی مرتبه‌ی زمانی و حافظه را بنویسید.

سوال ۱- الف) الگوریتمی ارائه دهید تا مشخص کند یک گراف جهت‌دار دور دارد یا نه.

ب) الگوریتمی ارائه دهید تا در صورت وجود دور در یک گراف جهت‌دار، کمترین یال را حذف کند تا گراف بدون دور شود.

سوال ۲- گراف G جهت‌دار و بدون دور است و شامل n راس است. هر راس i وزن مثبت w_i دارد. می‌خواهیم این رئوس را به دسته‌های 1 تا K تقسیم کنیم که هیچ یالی از دسته‌ی با عدد بزرگ‌تر به دسته‌ی کوچک‌تر نباشد. وزن هر دسته را سنگین‌ترین مسیر رئوس در آن دسته می‌گوییم. بزرگترین وزن دسته‌ها را W می‌نامیم. الگوریتمی ارائه دهید تا رئوس را به K دسته افراز کند تا $|W-K*C|$ کمینه شود که C یک عدد ثابت است.

سوال ۳- یک گراف n راسی غیرجهت‌دار و وزن‌دار داریم. وزن یال بین هر راس u و v مثبت و برابر w_{uv} است. الگوریتمی ارائه دهید که یال‌هایی مانند (u,v) را شناسایی کند که w_{uv} بزرگتر از وزن مسیری بین u و v باشد

سوال ۴- یک گراف وزن‌دار داریم. می‌خواهیم گشتی پیدا کنیم که تمام رئوس را ببیند و وزن آن کمینه باشد. فرض می‌کنیم چنین گشتی وزن T دارد، حال الگوریتمی ارائه دهید که گشتی پیدا کند تا شرایط مذکور را داشته باشد و وزن آن حداکثر $2*T$ باشد

سوال ۵- گراف وزن‌دار و بدون جهت G را در نظر بگیرید.

الف) الگوریتمی ارائه دهید که در G مسیری بین دو راس u و v پیدا کند که وزن آن کمینه باشد.

ب) الگوریتمی ارائه دهید که در G مسیری بین دو راس u و v پیدا کند که وزن یال کمینه‌ی مسیر، در بین مسیرهای ممکن بیشینه باشد.

سوال ۶- G یک گراف بدون جهت و ساده است. اثبات کنید زیرگرافی از G مانند H وجود دارد که دوبخشی است و درجه‌ی هر یال در H بیشتر مساوی درجه‌ی آن راس در G است.